	April 2025	The	Limits o	F Computation
· · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·		. .
· · · · -	lan T			· · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	F Formal Languages			· · · · · · · · · · · · · · · · ·
	& Undecidability	· · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · 7		· · · · · ·	· · · · · · · · ·	
· · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			

So For	· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · ·
* Which	h problems	can be	Solved	efficiently?
			Solved	ine fficiently?
	· · · · · NP · · ·		· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·
	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$		· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · · · ·			
	· · · · · · · · · · ·			· · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	
				· · · · · · · · · · · · · ·
				· · · · · · · · · · · · · · ·
				· · · · · · · · · · · · · · ·

So For
* Which problems can be solved efficiently?
vs. solved inefficiently?
NP
Beyond NP
$- \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot $
× Which problems can be solved?
AND Which cannot?

How to reason about what <u>CANNOT</u> be solved?
Formalize
* Problems = subsets of strilgs
* Programs = strings
* Identify problem that is not solved
by any program,
by any program
by any program,

How to reason about what <u>CANNOT</u> be solved?
Formalize
* Problems = subsets of strilgs
* Programs = strings
* Identify problem that is not solved
by any program,
Next week
* Formalize the notion of a program
as a Turing Machine

Decision	Problems ~~	Formal Languages
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		A set of strings.
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

Decision F	roblems	Formal	angrages
E_{x} 3S	$A = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} +$. .	
Decision Pr	b. Given a 30		. .
· · · · · · · · · · · · ·	is there c assignment	~ satistying	$ \begin{array}{c} $
· · · · · · · · · · · · ·	· ·	· · · · · · · · · · ·	. .
· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · ·	. .
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
	· ·		
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		

Decision Prob	plems a final a	Formal	Languages
E_{x} 3SAT	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Decision Prob	Given a 3 is there assignmen	CNF Q, c satisfyre t Z s.t.	$\left(\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
$ \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \begin{array}{c} \end{array}\\ \end{array}\\ \end{array}\\ \end{array}\\ \end{array}\\ \end{array} \begin{array}{c} \end{array} \begin{array}{c} \end{array}\\ \end{array} \begin{array}{c} \end{array} \end{array} $	The set BCNF	of all sa formulas	

· · ·	l l l	· · ·	_a	MC	зV 		j.	e	· · ·			· · ·	;) 	× · ·	ĩ				· · ·	₹~	Ls	e		· · ·	ə{	· · ·	5				2 2	•
· · ·	•	· · ·	•			•	· · ·) (r	· + + ·	· · ·	i Ce	Q	ph	جار			· · ·	· •	•	· ·	•	· · ·	•	· · ·	•	· · ·	•	· · ·	· · ·	•
· ·	•	• •	•	• •	• •	•	••••	• •	• •	• •	•	· ·	•	· ·	•		• •	•	· ·	• •	•	· ·	•	 . (. 	Ú L		T.	· · ·		=7	ا _ر	
• •	•	• •	•	• •	• •	•	• •	•	• •	• •	•	• •	•	• •	•	•	• •	•	• •	•	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •	• •	•
• •	•	• •	•	• •	• •	•	• •		• •	• •	•	•••	•	• •	•	•	• •		• •	•	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •	•	· ·	• •	
•••	•	• •	•	• •	• •	•	• •	•	• •	• •	•	•••	•	••••	•	•	• •	•	• •		•	• •	•	• •	•	• •	•	••••	•	• •	• •	•
• •	•	• •	•	• •	• •	•	• •		• •	• •	•	• •	•	• •	•	•	• •	•	• •	• •	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •	• •	
••••	•	• •	•	• •	• •	•	• •	•	• •	• •	•	••••	•	• •	•	•	• •	•	· ·	· •	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •	•	· ·	• •	•
• •	0	• •	۰	• •		٠	• •	•	• •	• •	0	0 0	0	• •	٠	۰	0 0	٠	0 0		٠	• •	0	0 0	٠	0 0		• •	٠	• •	• •	
• •	0	• •	٠	• •		٠	• •	•	• •	• •	0	• •	٠	• •	٠	٠	• •	٠	0 0		٠	• •	0	• •	٠	• •	•	• •	٠	· ·	• •	•
																														• •		

A Langua	ge $L \leq 2$	$-\frac{1}{1}$	subset	of strings
	- input c			WLOG = ZOJIJ
PAUNDROM				palindrome J
			· · · · · · · · ·	. .

Language	$L \leq 2^{*}$ is	a subse-	t off strings
 $\begin{array}{c} \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \end{array} \\ \begin{array}{c} \end{array} \\ \end{array} $			(110)
· · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · · · · ·	$W \log 2 = 70, 13$
3.5AT =		f is a 3 f z s.t.	CNF (\vec{z}) = T J
 	
 . .	· · · · · · · · · · ·		. .
 			· ·

A Language LEIX is a subset of strings
Z = input alphabet WLOG Z=Z0,1J
$E_{\mathbf{X}} = \frac{2}{2} \left\langle \varphi \right\rangle = \frac{1}{2} \frac{1}{2}$
 denotes string encoding of math object Can assume objects of interest ave encoded as strings w EZ*.

Example Languages	
$3SAT = Z(P)$: $\exists z$ $s(t) P(z) = TJ$	
PALINDROME = ZS: Sis a palindrome Z	•
	•
	•
	٠
· ·	•

Example Languages	
$3SAT = Z \langle \varphi \rangle$: $\exists z s.t \varphi(z) = T$	
PALINDROME = ZS: Sis a palindrome	
$\frac{\text{Complement Languages}}{L} = \sum_{x} X$	
$L_{AU} = \sum_{i=1}^{N}$	
$E_{\text{ENPTY}} = \sqrt{2}$	

· ·		Jnr	101	лh		2. (N	 	· · ·	\ \ \	· · ·	•	•	••••	•	•	• •	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	•
· ·	· · ·	× X			isl	∧	· · · ·	(4)	W	محر ا			· ·	•	•	· ·	•	· ·	•	· · ·	•	· ·	•	· · ·		· ·	•	· ·	•	•
· ·	• •	• •	• •	· ·	· ·		• •	· ·	•	• •		•	• •	•	•	· ·		••••	•	· ·	•	• •	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	•
· ·	• •	• •	• •	• •	· ·	• •	· ·	· ·	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	• •	•	•
· ·	· ·	· ·	· ·	• •	• •	• •	• •	• •		• •			· ·			· ·		• •	•	• •		• •	•	· ·		• •	•	• •		•
· · ·	· · ·	· ·	· ·	· · ·	· ·	• •	· ·	· ·		• •		•	· ·	•	•	· ·		· ·		· ·	•	· ·	•	· · ·		· ·	•	• •	•	•
· ·	 	· ·	· ·	• •	• •	• •	• •	· ·	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •	•	· ·	•	• •	•	•
· ·	· ·	· ·	· ·	· ·	· ·	• •	• •	· ·	•	• •	•	•	· ·	•	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	••••	•	· ·	•	· ·	•	· ·	•	•
· ·	• •			• •	• •	• •		• •	÷	0 O	٠	٠	• •	٠	٠	• •	٠	0 D	٠	• •	٠	• •	٠	• •	٠	• •	÷	• •	÷	٠
· ·	0 0	• •	o o	o o	a a	a .		0 0	÷	0 0	٠	0	0 0		÷	o o	٠	0 0	٠	• •	÷	• •	٠	0 0	٠		0	• •	0	٠
· ·	0 0	o o	o a	• •	0 O	a ,	0 0	• •	٠	0 0		0	0 0	0	÷	• •	0	0 0	٠	0 O	÷	• •	٠	0 0	٠	a a	0	a a	0	٠

Programs	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · ·
* Give	instructions for	solving a problem	
· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	\sim	· · · · · · · · ·
	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$\xrightarrow{n}_{n} \xrightarrow{n}_{n} \xrightarrow{n} \xrightarrow{n}_{n} \xrightarrow{n}_{n} \xrightarrow{n}_{n} \xrightarrow{n}_{n} \xrightarrow{n}_{n} \xrightarrow{n}_{n} \xrightarrow{n}_$	
· · · · · · · · · · · ·			
· · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
		. .	

Programs
* Give instructions for solving a problem L
input \times P P \rightarrow $X \notin L$
$Accepts \Rightarrow x \in L$
Language of a program.
$\mathcal{L}(P) = Z \times E \Sigma^*$ $P = accepts \times Z$
P <u>vecognizes</u> L if <u>J(P)</u> = L.

Programs.
* Give instructions for solving a problem L
input $x \rightarrow \overline{P}$ $Accepts \Rightarrow x \notin L$
$\mathbb{R} = \mathbb{I} = \mathbb{I} \times \mathbb{E} \mathbb{L}$
Programs can be encoded as Strings
$\langle P \rangle = \langle P \rangle = \langle P \rangle$
e.g. Solve.p.y.

• •	Ŧ) V	لحاف	2 in	2-	• •	ر م	S,	· · ·	Pr	00)rci	ui.	5	• •	•	•	•	• •	• •	•	•	o o o o	•	••••	•	•	• •	•	•	• •	•		• •	•
• •	• •	÷	• •	•	•	• •	•	0	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	• •	• •	•	•	• •	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	0	•	• •	•
• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	••••	•	•	•	• •		•	•	• •	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•
• •	•	0 1	• •	.]) .v =	ĻΓ	er	ų s	· ·	-	•	• •	ŀ		nc Nc	ju		X-	S				S,	rpe	et.	5	~{	· · ·	Ş	$\frac{1}{\sqrt{1}}$		م ک ک	0	• •	
	•	÷	• •	•	•	• •	÷	•		•	•	• •	•	•			•				•	•	• •	•		÷	•	• •	•	•		·	÷	• •	•
• •		•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	•	• •	•	•	• •		• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•
		÷	• •	¢	•	• •		•	• •							•	•			• •		•	• •	•	• •				•	•				• •	
• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	· · ·	•	•	• •	•	•	•	•	• •	•	•	• •	•	• •	•	•	• •	•	0	• •	•	•	• •	•
• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	P		ya Ya		Ĺ	•	T	• · ·		24	ίv,		Ś	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•
• •	•	÷	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	•		•	•	• •	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•
• •	• •	•	• •	٠	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	•		•	•	• •	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•
• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •		•	••••	•	•		•	•	•	• •		•	•	• •	•	••••	•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•
	•	•		•	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	•		•	•	•	• •		•	•	• •	•	• •	•	•		•	•		•	•		•
		•		•	•		•	•	• •	•	•		•			•	•	•	• •		•		• •	•		•			•	•		•	•		
				٠																															
• •	. 0	٠	• •	•	0	• •	0	0	• •	٠	٠	• •	٠	0	• •	0	٠	0	•		٠	0	0 0	0	• •	۰	0	• •	٠	0	• •	0	÷	• •	۰
				÷																															
				•																															
				•																															

	Pv	<u>ے لی او</u>	<u>m</u>	2	- - - -	S,	J). , v e	i Sr	civ		•	• •	• •	· ·	•	• •	• •	•	• •	•	• •	•	• •	•	• •	• •	•	• •
• •	• •			•	• •		•	•	• •	• •	•	•	• •			•	• •		•	• •	•	• •	•	• •	•	• •		•	• •
				•			•	•			•					•					•		•		•			•	
• •			P	, v ,	بر فر	in S	•		• •			hc	Zri	حجكم	<u>es</u>	•			Sul	wS e	-tq	· ~ ·	£.	5	₹.	· · ·	s S	•	• •
				٠	• •			÷	• •			÷	• •	• •		٠	• •				÷	• •		• •	0	• •	• •	٠	• •
• •	• •	• •	• •	•	• •	• •	•	•	• •	• •		•	 . E.)		- ×		• •	•	· · ·	•	· ·	•		 	L.	• •
				•	• •		•	•							, <mark>1</mark> ,		~ .			• •	•		•		por	ver	 - -	c S (V)	• •
• •		• •		•	• •		٠				٠					٠							•		04		2.		
				•			•	•	i î		-yrc	in	~ <u>\$</u>			•	51	tri	د محر	Ś	•	• •	•		•			•	
				•	• •			*			J.		• •				• •		.7	• •	•				•				• •
• •	• •		• •	0	• •	• •	٠	٠	• •	• •	0			 		. –	<u> </u>	K. 1	٠	0 0		• •	0	• •	٠	• •	• •		• •
	• •			•	• •		•	•			•	: X			- E	• •	· · ·	€ • •	•	• •	•		•	· · ·	iet	· · ·	st .	900	• •
• •	• •			٠	• •	• •					٠		• •			٠	• •			• •	•	• •	•		Śł	<u>.</u>	مصار		• •
• •	• •	• •	• •	•	• •	• •	•	•	• •	• •		•	• •	• •		•	• •	• •	•	• •	•	• •	•	• •		• •	. J.		• •
							•	*				•				•			*				•		•			•	
						• •				• •		•													٠		• •		
		• •	• •							• •		•		• •														٠	
		• •																											
• •			• •	٠	• •	• •				• •		•	• •				• •		٠	• •					٠	• •	• •	٠	• •
					• •			٠		•		٠	• •	• •			• •				•	• •		• •	٠	• •		•	• •
• •				٠	• •	• •	•		• •	• •	٠	•	• •	• •		•	• •	• •	•	• •	•	• •	•		•	• •	• •		• •
• •		• •	• •		• •		٠		• •	• •		*	• •	•		•	• •	• •		• •		• •	•	• •		• •	• •		• •

Problems US,	Programs
· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	
Problems	= Languages = Subsets of Strings
· ·	$\sum_{i=1}^{n} e_{i} = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{i=1}^{n} x_{i}^{i} \right)$
	Programs = Strings
. .	$\langle P \rangle \in \mathbb{Z}^{*}$
Fact $P(z*)$	$\left \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum$

Problems US, Programs	· · · · · · · · · ·
.	
Problems = Languages = Subsets of	Strings
$\sum_{i=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} \sum_{i$. .
Programs = Strings	. .
$\langle P \rangle \in \mathbb{Z}^{\times}$	· · · · · · · · · ·
$F_{act} P(z^*) > z^* $	· · · · · · · · · · ·
Corollary. There are problems that are not by ANY program!	$S_{2}(\gamma 2)$
. .	

Problems that can't be solved
Defn. A program P decides language L if for all inputs $x \in \Sigma^{*}$
P accepts x if $x \in L$ 2 P rejects x if $x \notin L$
A language L is undecidable if
No program P decides L.
· ·

Problems that can't be solved	· · · · · · · · · · · · · · ·
Defn. A program P decides language L for all inputs $x \in \Sigma^{*}$	$f_{i} = f_{i} + f_{i$
Paccepts X if XEL Prejects X if XEL	
A language L is undecidable if No program P	
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	. .

Undecidable	Problems	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
× Problems	ABOUT	Programs
It programs	can be	encoded as strings,
$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	can be	the input to programs
· · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
. .		. .
. .	· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
. .		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

Undecidable Problems
* Problems ABOUT Programs
If programs can be encoded as strings,
(P) can be the input to programs
SELF-REFERENCE IS ESSENTIAL
COMPONENT OF UNDECIDABILITY
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

•	•			مرد	101	A A		•	· · · · ·						· · · ·	• • • •	· · ·		· · · ·				· · ·	· · · · 2	0		· · ·	در در د	.eF		· · ·	Ę,	>>		- - - - - - - -		· · ·	· · ·	· · ·	•
•	•		 		1	•	د م	<u>2</u> +-	•		· •	R R	$\mathbf{v}_{\mathbf{v}}$		tì	د رہے	<u></u>	· · ·	Č	, SĘ	•	P		ل ر	v qu	- <u>-</u>	- 2 .	•	•	•	· · ·	•	•	•	•	•	• •	· · ·	•	•
•	•	•	• •	•	•	•	•	1 - -	1				4	0	•	<u>N</u> _	<u>7 0</u>	•			ر د د	≥p.	- -	•	-{1	ردف د		r	ر بر ۲	ا مر ۲	· (2v	۱ <u>۲</u>	000	<u>)</u> , (•	•	•
•	•	•	• •	•	•	•	•	•	0 0	• •	· •	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	• •	•	•	•	• •	• •	•	•	•	•	• •		•	•
•		•	• •	•	•	•	•	•		• •		•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	• •	•	•	•	• •	•	•	•	• •	• •	•	•	•	•	• •		•	
•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•	· · ·	•	•	•	•	•	•	· ·		•	•	•	•	••••	•	•	•	· ·	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	• •	• •	•	•
	•	•	• •	0	•	0	0	•	0		· •		•	•	٠		• •		•	•			• •	•		•		•	•	•	• •			e e	•	•	• •		•	•
•	•	•	· · ·	•	•	•	•	•	•	· ·	• •	•	•	•	•		· · ·	•	•	•			· ·	•		•	· ·	•	•	•	· ·	•		•	•	•	• •	• •	•	•
•	•	•	• •	•	•	•	•	•	•			•	•	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	••••	•	•	•	· ·	•	•	•	• •	•	•	•	•	•	• •		•	•
																										•														
•	•	•	• •	٠		٠	٠		•		•		٠	٠		٠		٠	٠		٠	•			•	•	• •	۰	•	٠				٠	٠	•	• •	• •	٠	٠
٠	•	٠	• •	0	٠	÷	٠	٠	٠		•	•	÷	٠	•	٠	• •	0	٠	•	÷	٠	• •	•	٠	•	• •	٠	•	÷	• •	•	·	÷	*	٠	• •	• •	٠	٠

DIAGONA	$L = \left\{ \left< P \right> \right\}$. P does <u>NoT</u> accept $\left< P \right>$
The	set of encodings of programs
	that do NOT accept their own encoding.
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
Theorem	DIAGONAL is Undecidable?
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

DIAGONAL = Z (P). P does <u>NOT</u> accept (P)
L. The set of encodings of programs that do NOT accept their own encoding.
Theorem DIAGONAL is Undecidable?
Pf. By contradiction, assume Diagonal is decidable.
⇒ 7 program D that decides DIAGONAL
SELF-REFERENCE Consider whether (D) E DIAGONAL ?

DIAGONAL	$z = z \left(\frac{p}{p} \right)^{2} \cdot \frac{p}{p} = \frac{p}{does}$	\sqrt{NOT} accept $\langle P \rangle$
	D> E DIAGONAL does Not accept	By defn of DIAGONAL
.
. 	
. 	
 	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

		$\left(\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	P does	<u>Not</u>	accept < p	
Suppose			—) By defui of	DIAGONAL
		Not a				$\int_{D} f(D) = \int_{D} f(D) = \int_{$
	$\langle D \rangle$, ΛS	Not in		· · · · · ·	By define of	· · · · · · · ·
		· · · · · · · ·		· · · · · ·		
· · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · ·		· · · · · · · ·
· · · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·
					· · · · · · · · · · ·	
 	· · · · · · ·	 	· · · · · · ·	· · · · · ·	· · · · · · · · · ·	

DIAGONAL = ZZZP> . P does NOT	$Q_{CCe}P^{+}$
Suppose $\langle D \rangle \in Diagonal$ $\Rightarrow D does Not accept \langle D \rangle$) By defn. of DIAGONAL
$ = \sum_{n=1}^{\infty} \left\langle D \right\rangle = is \text{is not} i_{1} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(D \right) = i = \sum_{n=1}^{\infty} \left(D \right) = i = 1 $	By define of $\mathcal{J}(D)$
$\Rightarrow \langle D \rangle \notin Diagonal $	By assumption $\mathcal{Z}(D) = DIAGONAL$
. .	
. .	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

DIAGONAL = ZZP. P does	NOT accept (P)
Suppose $\langle D \rangle \in Diagonal$ $\Rightarrow D does Not accept$	By defn of DIAGONAL
$\implies \langle D \rangle is nof in f(D)$	\mathcal{L}
Suppose (D) & DIAGONAL,	
$\implies \langle D \rangle \text{is in } \mathcal{L}(D) 2$	
$\Rightarrow \langle D \rangle \in Diagonal 2$ Contradict	By assumption $f(D) = DIAGONAL$

. .	Recognizable (R E)
	Decidable (R)
	P DIAGONIAL
. .	No program can solve DIAGONAL,

So what?	· · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
* DIAGONAL	is quite	contrived	$- \sim -$
· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
· · · · · · · · · · · · · ·		· · · · · · · · ·	
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·

So what?
* DIAGONAL is quite contrived
* Idea Reductions
Show that other problems
Capture DIAGONAL
=> these problems are undecidable.
. .

· ·

So what?
* DIAGONAL is quite contrived
* Idea Reductions
Capture DIAGONAL
=> These problems are undecidable.
HALT = $Z(P, x)$: Program P halts on Z imput x
Theorem. HALT is undecidable.